

# Messtechnik Mittelwerte

## Integrale

Fabian Zohm

Klausur: 19.07

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Vorwort</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Allgemeine Formeln</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Sinusspannung</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Negativer Kosinus</b>	<b>4</b>
<b>5</b>	<b>Dreiecksspannung</b>	<b>5</b>

### **1 Vorwort**

Folgendes Papier ist für Messtechnik 1, nach besten gewissen erstellt, jedoch besteht keine Garantie für 100% Richtigkeit.

## 2 Allgemeine Formeln

- Effektivwert

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2(t) dt} \quad (1)$$

- Arithmetischer Mittelwert

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) dt \quad (2)$$

- Gleichrichtwert

$$|\bar{u}| = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |u(t)| dt \quad (3)$$

Analog für Ströme  $i(t)$

- Leistung

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p(t) dt \quad (4)$$

$$p(t) = u(t)i(t)$$

### 3 Sinusspannung

- Effektivwert:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T (\hat{u} \cdot \sin \omega t)^2 dt} \quad (5)$$

$$= \sqrt{\frac{\hat{u}^2}{T} \cdot \int_0^T \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t) dt} \quad (6)$$

$$= \sqrt{\frac{\hat{u}^2}{2T} \cdot [t - \frac{1}{2\omega} \sin(2\omega t)]_0^T} \quad (7)$$

$$= \sqrt{\frac{\hat{u}^2}{2T} \cdot T} \quad (8)$$

$$= \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \quad (9)$$

- Arithmetischer Mittelwert:

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{u} \sin(\omega t) dt \quad (10)$$

$$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{T} [-\frac{1}{\omega} \cos \omega t]_0^T \quad (11)$$

$$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{T} [-\frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega}] \quad (12)$$

$$\bar{u} = 0 \quad (13)$$

- Gleichrichtwert:

$$|\bar{u}_1| = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{T/2} \hat{u} \sin(\omega t) dt \quad (14)$$

$$= \frac{2\hat{u}}{T} [-\frac{1}{\omega} \cos \omega t]_0^{T/2} \quad (15)$$

$$= \frac{2\hat{u}}{T} [\frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega}] \quad (16)$$

$$= \frac{2\hat{u}}{\pi} \quad (17)$$

### 4 Negativer Kosinus

Der Negative Kosinus entspricht auch dem Sinus mit einer negativen Phasenverschiebung von ein Viertel Periode.

$$\hat{u} \cos(\omega t) = \hat{u} \sin(\omega t - \frac{T}{4}) \quad (18)$$

- Effektivwert:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T (\hat{u} \cdot \sin \omega t - \frac{T}{4})^2 dt} \quad (19)$$

$$= \sqrt{\frac{\hat{u}^2}{T} \cdot \int_0^T \frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega t - \frac{T}{4}) dt} \quad (20)$$

$$= \sqrt{\frac{\hat{u}^2}{2T} \cdot [t - \frac{1}{2\omega} \sin(2\omega t - \frac{T}{4})]_0^T} \quad (21)$$

$$= \sqrt{\frac{\hat{u}^2}{2T} \cdot [T + \frac{1}{2\omega} - \frac{1}{2\omega}]} \quad (22)$$

$$= \sqrt{\frac{\hat{u}^2}{2T} \cdot T} \quad (23)$$

$$= \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \quad (24)$$

- Arithmetischer Mittelwert:

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{u} \cos(\omega t) dt \quad (25)$$

$$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{T} [-\frac{1}{\omega} \sin \omega t]_0^T \quad (26)$$

$$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{T} [0 + 0] \quad (27)$$

$$\bar{u} = 0 \quad (28)$$

- Gleichrichtwert: (Ergebnis gleich Siuns, da Beträge)

$$|\bar{u}_1| = \frac{4}{T} \cdot \int_0^{T/4} \hat{u} \sin(\omega t) dt \quad (29)$$

$$= \frac{4\hat{u}}{T} [-\frac{1}{\omega} \cos \omega t]_0^{T/4} \quad (30)$$

$$= \frac{4\hat{u}}{T} \frac{1}{\omega} \quad (31)$$

$$= \frac{2\hat{u}}{\pi} \quad (32)$$

## 5 Dreiecksspannung

- Effektivwert:

$$U = \sqrt{\frac{4}{T} \cdot \int_0^{T/4} (\frac{4\hat{u}}{T} t)^2 dt} \quad (33)$$

$$= \sqrt{\frac{64\hat{u}^2}{T^3} \cdot \int_0^{T/4} t^2 dt} \quad (34)$$

$$= \sqrt{\frac{64\hat{u}^2}{T^3} \cdot \left[\frac{1}{3}t^3\right]_0^{T/4}} \quad (35)$$

$$= \sqrt{\frac{64\hat{u}^2}{\mathcal{P}^8} \cdot \frac{\mathcal{P}^8}{3 \cdot 64}} \quad (36)$$

$$= \frac{\hat{u}}{\sqrt{3}} \quad (37)$$

$$(38)$$

• Arithmetischer Mittelwert:

$$\bar{u} = \bar{u}_1 + \bar{u}_2 + \bar{u}_3 \quad (39)$$

$$\bar{u}_1 = \frac{1}{T} \int_0^{T/4} \left(\frac{4\hat{u}}{T}t\right) dt \quad (40)$$

$$\bar{u}_1 = \frac{1}{T} \left[\frac{2\hat{u}}{T}t^2\right]_0^{T/4} \quad (41)$$

$$\bar{u}_1 = \frac{1}{\mathcal{P}} \left[\frac{2\hat{u}\mathcal{P}^2}{16\mathcal{P}}t^2\right] \quad (42)$$

$$\bar{u}_1 = \frac{1}{8}\hat{u} \quad (43)$$

$$\bar{u}_2 = \frac{1}{T} \int_{T/4}^{3T/4} \left(-\frac{4\hat{u}}{T}t + 2\hat{u}\right) dt \quad (44)$$

$$\bar{u}_2 = \frac{1}{T} \left[-\frac{4\hat{u}}{2T}t^2 + 2\hat{u}t\right]_{T/4}^{3T/4} \quad (45)$$

$$\bar{u}_2 = \frac{1}{T} \left[-\frac{18}{16}\hat{u}T + \frac{6}{4}\hat{u}T + \frac{1}{8}\hat{u}T - \frac{1}{2}\hat{u}T\right] \quad (46)$$

$$\bar{u}_2 = \frac{1}{T} \left[-\frac{18}{16}\hat{u}T + \frac{24}{16}\hat{u}T + \frac{2}{16}\hat{u}T - \frac{8}{16}\hat{u}T\right] \quad (47)$$

$$\bar{u}_2 = \frac{1}{T} \left[\frac{26}{16}\hat{u}T - \frac{26}{16}\hat{u}T\right] \quad (48)$$

$$\bar{u}_2 = 0 \quad (49)$$

$$\bar{u}_3 = \frac{1}{T} \int_{3T/4}^T \left(\frac{4\hat{u}}{T}t - 4\hat{u}\right) dt \quad (50)$$

$$\bar{u}_3 = \frac{1}{T} \left[\frac{4\hat{u}}{2T}t^2 - 4\hat{u}t\right]_{3T/4}^T \quad (51)$$

$$\bar{u}_3 = \frac{1}{T} \left[2\hat{u}T - 4\hat{u}T - \frac{18}{16}\hat{u}T + 3\hat{u}T\right] \quad (52)$$

$$\bar{u}_3 = \frac{1}{\mathcal{P}} \cdot \frac{-2\mathcal{P}}{16}\hat{u} \quad (53)$$

$$\bar{u}_3 = -\frac{1}{8}\hat{u} \quad (54)$$

$$\bar{u} = \frac{1}{8}\hat{u} + 0 - \frac{1}{8}\hat{u} \quad (55)$$

$$\bar{u} = 0 \quad (56)$$

- Gleichrichtwert:

$$|\bar{u}_2| = \frac{4}{T} \cdot \int_0^{T/4} \frac{4\hat{u}}{T} t dt \quad (57)$$

$$= \frac{16\hat{u}}{2T^2} \cdot [t^2]_0^{T/4} \quad (58)$$

$$= \frac{16\hat{u}}{2T^2} \cdot \frac{T^2}{16} \quad (59)$$

$$= \frac{\hat{u}}{2} \quad (60)$$