Physikprotokoll: Fehlerrechnung

Martin Henning / 736150
Torben Zech / 7388450
Abdurrahman Namdar / 739068

1. Juni 2006

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Dieser Versuch soll aufzeigen, wie Messfehler enstehen und wie sie mittels Mathematischer Methoden kompensiert werden können. Dies gibt die Grundlage für viele physikalische Werte, bei denen immer die Toleranz einbezogen werden muss. Diese entsteht oft aufgrund von z.B. Messungenauigkeiten, Irrationalität der Ergebnisse (z.B. die Eulersche Konstante, Kreiszahl...) oder unterschiedlichen Messumgebungen.

2 Vorbereitungen

Als Vorstudium sollten die Übungsaufgaben der Arbeitsbögen durchgearbeitet werden und die grundlegenden Formeln verstanden werden.

3 Messungen und Auswertungen

Zuerst sollen zwei Sorten Stahlkugeln im Durchmesser vermessen werden, und deren Fallzeiten (Sinkzeiten) in einem mit Öl gefüllten Glaszylinder (siehe Abbildung 1) zeitlich bestimmt werden. Gemessen wird über eine festgelegte Strecke mittels Handstopuhren. Beachtung wird dabei besonders dem Zusammenhang von Durchmesser und Sinkgeschwindigkeit geschenkt. Anschliessend werden die zufälligen und die systematischen Fehler betrachtet und auch berechnet.

3.1 Durchmesser

Der Durchmesser der 5 Kugeln wird mit einer Mikrometerschraube, max. Messbereich $25mm$ gemessen. Die Skaleneinteilung und somit dessen Genauigkeit liegt bei $0,01mm$. Unser Mikrometer zeigte gleich von Beginn einen Wert von $0,005mm$, welchen wir zur Rundung des Ergebnisses mit einfliessen lassen haben.

3.1.1 Messwerte

	1mm	3mm
Messung 1	0,97	2,98
Messung 2	0,96	2,98
Messung 3	0,97	2,97
Messung 4	0,97	2,96
Messung 5	0,98	2,98

Tabelle 1: Durchmesser d in Millimetern

3.1.2 Mittelwert

Ein Mittelwert $\bar{d}$ des Durchmessers der Kugeln wird nach der Formel

$$\bar{d} = \frac{1}{5} \cdot \sum_{i=0}^{5} d_i \qquad (1)$$

berechnet. Man erhält aus der Formel:

$$\bar{d}_{1mm} = (0,97 \pm 0,01)mm \text{ und } \bar{d}_{3mm} = (2,97 \pm 0,01)mm.$$

3.2 Fallstrecke

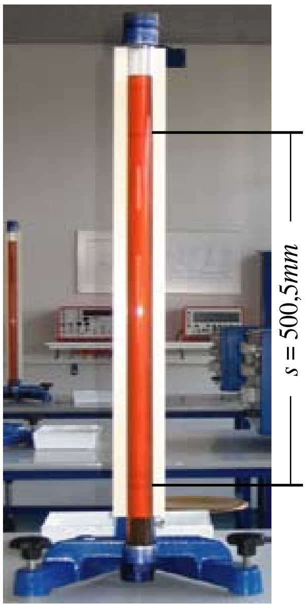

Abbildung 1: Der Versuchsbaufbau

Als Strecke s (siehe Abbildung 1) wird auf dem Zylinder mit einem Masstab der Toleranz von 0,5 mm gemessen. An dieser Stelle wird verzichtet, mehrere Messungen durch zu führen. Die Ungenauigkeit des Masstabes (0,5mm) wird als Fehler f_s bestimmt.

Allein die Dicke der Strichmarkierung auf dem Zylinder und die Biegeeigenschaften des Masstabes lassen einen deutlich höheren Fehler vermuten, was wir jedoch nicht weiter beachten werden. Als Messwert zum Weiterrechnen nehmen wir 500,5mm, welche wir auch gemessen haben.

3.3 Fallzeit

Die Fallzeit des Kügelchens im Glaszylinder wird unbabhängig von 2 Personen mit einer Digital-Stopuhr gemessen. Pro Kugelart (1mm / 3mm) werden je 5 Messungen getätigt. Der Anfangs- und Endpunkt sind durch Farbstriche am Glaszylinder gekennzeichnet.

3.3.1 Messwerte

	1mm		2mm		3mm	
	Martin	Torben	Martin	Torben	Martin	Torben
Messung 1	63,75	63,74	17,17	17,14	8,44	8,40
Messung 2	63,42	63,34	-	-	8,40	8,33
Messung 3	63,22	63,31	-	-	8,40	-
Messung 4	63,38	63,02	-	-	8,49	8,36
Messung 5	63,95	63,01	-	-	8,28	8,45

Tabelle 2: Sinkzeiten t in Sekunden

3.3.2 Mittelwert und Fehler

Als Mittelwerte erhält man nach der bekannten Gleichung:

$$\bar{t}_{1mm} = 63,41s \text{ und } \bar{t}_{3mm} = 8,39s.$$

Für die Standardabweichung s errechnet man (Dafür wurde aus zwei Werten einer Messung jeweils schon der Durchschnitt gebildet!) nach der Formel

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5} (x_i - \bar{x})^2}{4}} \tag{2}$$

die Werte von $s_{1mm} = 0,46$ und $s_{3mm} = 9,25 \cdot 10^{-4}$, welche wir wiederum zur Berechnung der Mittelwertfehler $f_{\bar{t}_x}$ einsetzen:

$$f_{\bar{t}_x} = \frac{s_x}{\sqrt{5}} \tag{3}$$

Man erhält also als Messergebnis jeweils $\bar{t}_x \pm f_{\bar{t}_x}$:

$$t_{1mm} = (63,41 \pm 0,02)s \text{ und } t_{3mm} = (8,39 \pm 4,14 \cdot 10^{-4})s.$$

3.4 Geschwindigkeit

Die Geschwindigkeiten werden wiederum nach zwei verschiedenen Methoden berechnet:

3.4.1 Grobe Schätzmethode

Für die Geschwindigkeiten $\bar{v}_x$ gilt:

$$\bar{v} = \frac{s}{\bar{t}} = \frac{500mm}{63,41s} = 7,89mm \cdot s^{-1} \tag{4}$$

$$\bar{v} = \frac{s}{\bar{t}} = \frac{500mm}{8,39s} = 59,59mm \cdot s^{-1} \tag{5}$$

Die Fehler f_x errechnet man aus $v_{max} - \bar{v}$:

$$f_{1mm} = (7.94 - 7,89)mm \cdot s^{-1} = 0,05mm \cdot s^{-1} \tag{6}$$

$$f_{3mm} = (60,37 - 59,59)mm \cdot s^{-1} = 0,78mm \cdot s^{-1} \tag{7}$$

3.4.2 Genauere Methode

Den Fehler kann man jetzt mit

$$f_x = \bar{v} \cdot \sqrt{(\frac{f_s}{\bar{s}})^2 + (\frac{f_t}{\bar{t}})^2} \tag{8}$$

auch etwas genauer Berechnen:

$$f_{1mm} = 7,89mm \cdot s^{-1} \cdot \sqrt{(\frac{0,0005m}{0,5\bar{0}05m})^2 + (\frac{0,02s}{63,41s})^2} = 8,27 \cdot 10^{-3}mm \cdot s^{-1} \tag{9}$$

$$f_{3mm} = 59,59mm \cdot s^{-1} \cdot \sqrt{(\frac{0,0005m}{0,5\bar{0}05m})^2 + (\frac{4,14 \cdot 10^{-4})s}{8,39s})^2} = 5,96 \cdot 10^{-2}mm \cdot s^{-1} \tag{10}$$

3.5 Zusammenhang von Geschwindigkeit und Durchmesser

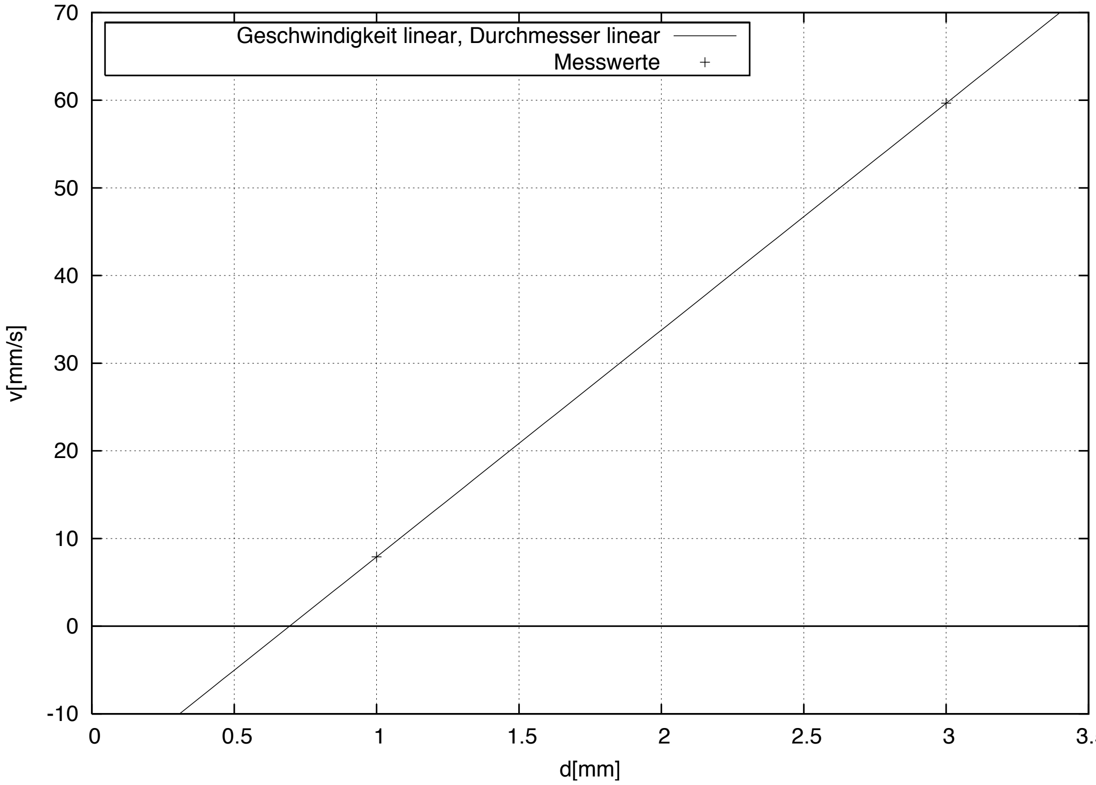

Abbildung 2: Annahme: Lineare Abhängigkeit

Hier wird zunächst angenommen, dass sich Geschwindigkeit und Durchmesser linear zueinander verhalten. Da bei ca. 0,6 mm die Gerade ins Negative geht, bedeutet dies, dass die Kugel im Zylinder steigt anstatt zu sinken. Da dies physikalisch und logisch nicht möglich ist, muss die Annahme falsch sein (siehe Abb. 2).

Trägt man den Durchmesser quadratisch auf, erkennt man den wahren Zusammenhang. Der graphische Test für $x = 0$ funktioniert dann auch (siehe Abbildung 3):

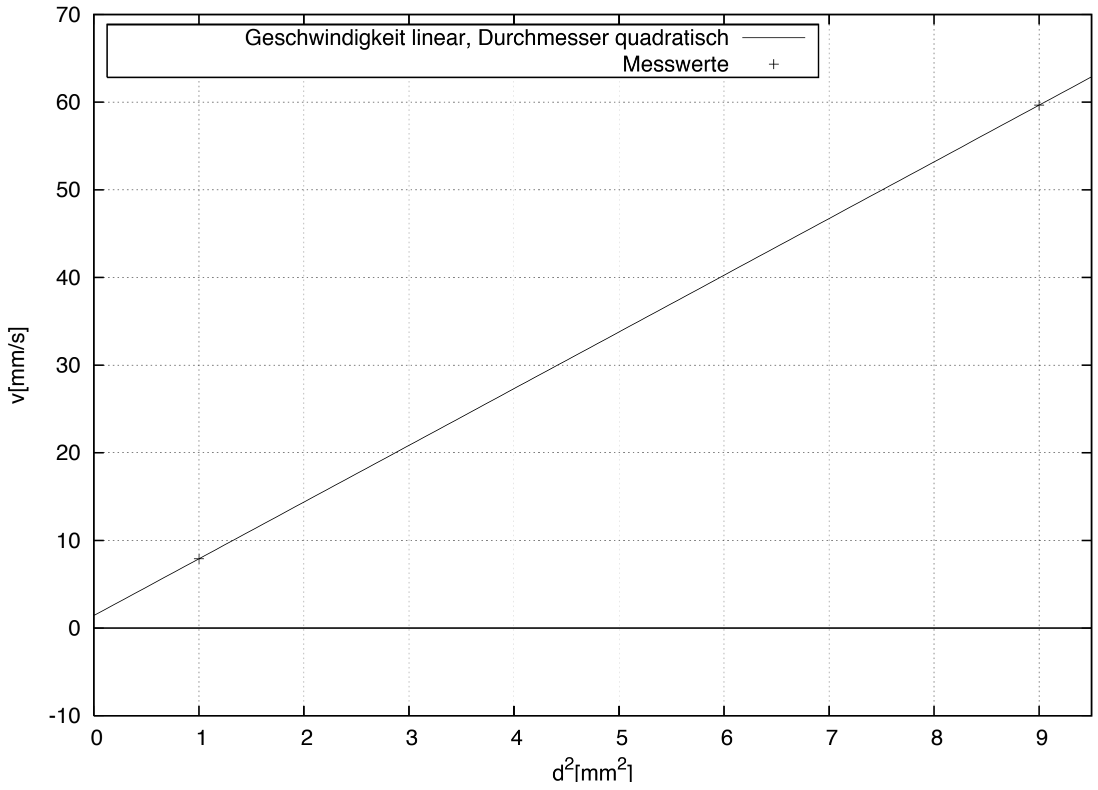

Abbildung 3: Annahme: Quadratische Abhängigkeit

In Abbildung 4 wurde dann mittels der Funktion `fit` im Programm `gnuplot` versucht eine Parabel 2. Grades durch unsere Messwerte und den Punkt $(0;0)$ zu legen. Klappt auch ganz gut...

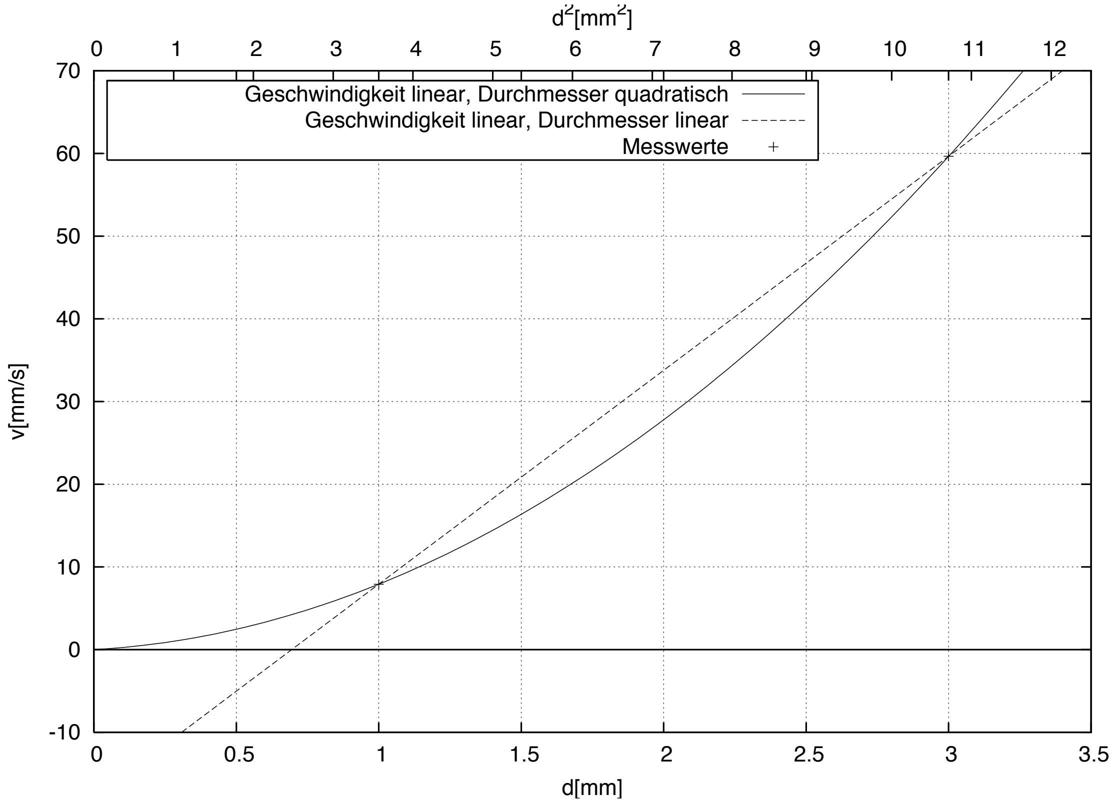

Abbildung 4: Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom Kugeldurchmesser

4 Abschlussbemerkungen

Am Schluss des Experimentes wurde die 2mm Kugel sinken gelassen, um zu überprüfen ob unsere grafische Vorhersage stimmt. Mit ca. $17,15s$ Sinkzeit liegen wir ganz gut, denn mit einem abgelesenen Wert von ca. $27mm \cdot s^{-1}$ kommt man auf eine Fallstrecke von 477mm, was sich *nur* 23mm von der Realität unterscheidet.